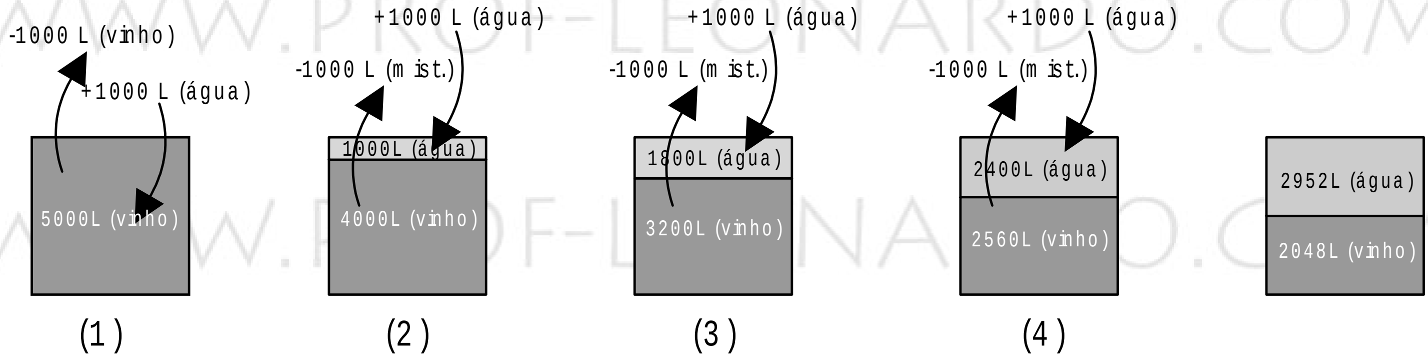
VESTIBULAR UFMS 2003 – CONHECIMENTOS GERAIS (MATEMÁTICA) – PROVA A
CORREÇÃO – PROFESSOR CARLOS HENRIQUE

"As questões foram excessivamente trabalhosas, com muitos cálculos e bastante raciocínio. Provas deste nível priorizam os alunos que realmente estudaram **PROFUNDAMENTE** todos os fundamentos da matemática. Em destaque as questões 55 e 63 que exigiram ‵ um algo mais ′ dos candidatos". Os Tópicos abordados foram:
* Divisão proporcional;
* Funções (equações, inequações, do 2º grau);
* Trigonometria (Triângulo retângulo, arco metade);
* Geometria Plana (Retângulo e Circunferência);
* Geometria Espacial (Volumes de Prisma e Cilindro);
* Exponencial e Logarítmo (natural);
* Matrizes;
* Progressão Aritmética.

Particularmente estou satisfeito com a qualidade da prova, mas não deixo de enfatizar o grau de dificuldade encontrado pelos candidatos, pois a prova estava ***MUITO DIFÍCIL.***

55.



X: parcela de vinho da mistura que é retirada.
Y: parcela de água da mistura que é retirada.

$$\frac{x}{4000} + \frac{x}{1000} = \frac{x+y}{5000} = \frac{1000}{5000} \qquad \begin{array}{l} x = 800L\ (\text{vinho}) \\ y = 200L\ (\text{água}) \end{array} \qquad \begin{array}{l} 1000 - 200 + 1000 = 1800L(\text{água}) \\ 400 - 800 = 3200L(\text{vinho}) \end{array}$$

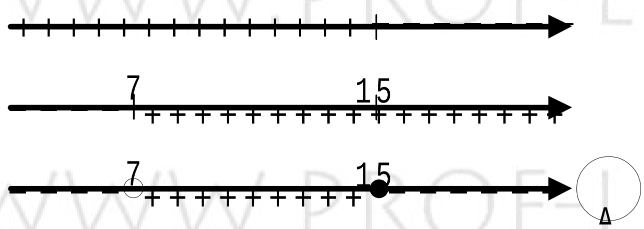
$$\frac{x}{3200} + \frac{y}{1800} = \frac{1000}{5000} \qquad \begin{array}{l} x = 640L\ (\text{vinho}) \\ y = 360L\ (\text{água}) \end{array} \qquad \begin{array}{l} 1800 - 360 + 1000 = 2440L(\text{água}) \\ 3200 - 640 = 2560L(\text{vinho}) \end{array}$$

$$\frac{x}{2560} + \frac{y}{2440} = \frac{1000}{5000} \qquad \begin{array}{l} x = 512L\ (\text{vinho}) \\ y = 488L\ (\text{água}) \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2440 - 488 + 1000 = 2952L(\text{água}) \\ 2560 - 512 = 2048L(\text{vinho}) \end{array}$$

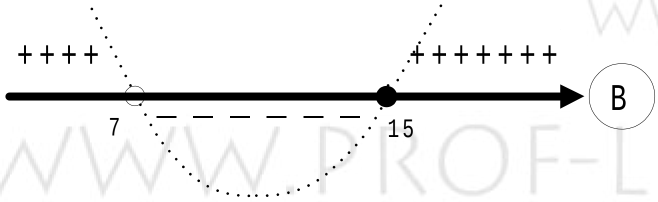
resposta: (**B**)

56.

I) $\dfrac{x+1}{x-7} \le 2 \Rightarrow \dfrac{x+1}{x-7} - 2 \le 0 \Rightarrow \dfrac{-x+15}{x-7} \le 0$

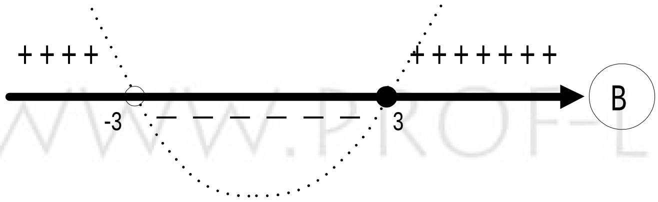


$x^2 - 22x + 105 \ge 0 \Rightarrow \text{raízes} = 7 \text{ e } 15$



$A \subset B$
Se A então B (OK)

II) $x^2 \le 9 \Rightarrow x^2 - 9 \le 0$



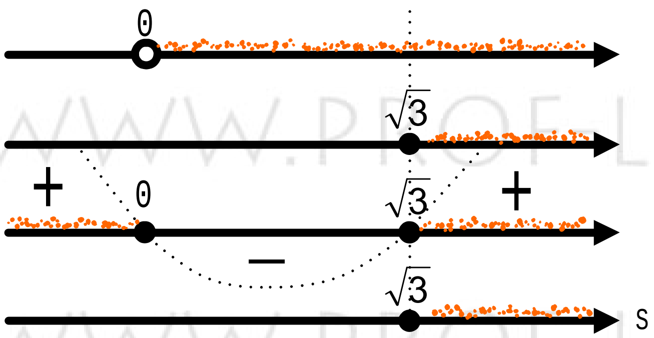
$-3 \le 9x \le 3$ (ERRADA)

III) $\sqrt{(x-3)^2} < 2 \Rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow -2+3 < x < 2+3 \Rightarrow 1 < x < 5$ (OK)

IV) $\dfrac{3}{x} \le \sqrt{3} \le x \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \le \sqrt{3}x \to \sqrt{3}x \ge 3 \to x \ge \dfrac{3}{\sqrt{3}} \to x \ge 3 \\ \sqrt{3}x \le x^2 \to 0 \le x^2 - \sqrt{3}x \to x^2 - \sqrt{3}x \ge 0 \to x(x-\sqrt{3}) \ge 0 \end{cases}$

$x.\left(\dfrac{3}{x} \le \sqrt{3} \le x\right)$

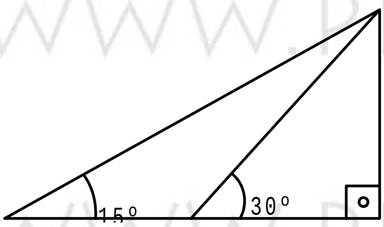
$3 \le \sqrt{3}x \le x^2$



$x \ge \sqrt{3}$ $\quad \sqrt{3} \in S \quad$ (OK)

$\boxed{\text{resposta: } \mathbf{(D)}}$

57.



$tg15^o = \dfrac{h}{20+x} = 2 - \sqrt{3}$ *

$tg30^o = \dfrac{h}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$$* \ tg15^o = \sqrt{\frac{1-\cos 30^o}{1+\cos 30^o}} = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$$

$$tg15^o = \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}$$

$$h = (20+x).(2-3)$$

$$x = \frac{3h}{3}$$

$$\sqrt{h = 40 - 20\sqrt{3} + \frac{6h}{3} - 3h} = h(2\sqrt{3-4})$$

$$h = \frac{20\sqrt{3}-40}{2\sqrt{3}-4} = 10$$

resposta: **(C)**

58.

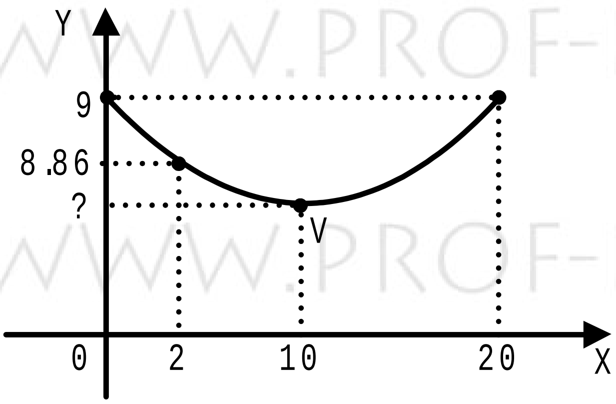
$$V_{cilindro} = \pi R^2.H = \pi.1^2.2 = 2\pi\, m^3$$

$$V_{tanque} = 10.5.3 = 150 m^3$$

resposta: **(E)**

$$150 + 2\pi = 10.5.(3+x) \rightarrow 150 + 2\pi = 150 + 50x \rightarrow x = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25}$$

59.



$$y = a.x^2 + b.x + c$$

$$(2;\ 8{,}66) \rightarrow 4a + 2b + 9 = 8{,}86 \rightarrow 2a + b = -0{,}07$$

$$(20;\ 9) \rightarrow 9 = 400a + 20b + 9 \rightarrow 20a + b = 0$$

$$\begin{cases} 2a + b = -0{,}07 \\ 20a + b = 0 \end{cases} \quad a = \frac{0{,}07}{18} = 0{,}00388$$

$$b = -20.a = \frac{-20.0{,}07}{18} = -0{,}0777$$

$$y - 0{,}00388x^2 - 0{,}0777 + 9 \qquad p/x = 10 \rightarrow y \cong 8{,}61$$

resposta: **(B)**

60.

$$N(t) = N_0 \cdot e^{\alpha.t}$$

$$N_0 \rightarrow \begin{array}{l} t = 0 \rightarrow N_0 = 100 \\ t = 12 \rightarrow N = 500 \\ t = 24 \rightarrow N = ? \end{array}$$

$$500 = 100.e^{\alpha.12} \rightarrow 5 = e^{12.\alpha} \rightarrow \ell_n 5 = \ell_n e^{12\alpha} \rightarrow 12\alpha = \ell_n 5 \rightarrow \alpha = \frac{\ell_n 5}{12}$$

$$N(t) = 100.e^{\frac{\ell n5}{12}t}$$

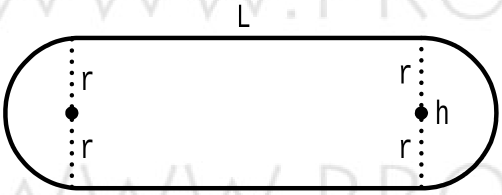
t = 24 h

$$N(24) = 100.e^{\frac{\ell n5.24}{12}} = 100.(e^{\ell n5})^2 \rightarrow 100.(5)^2 = 2500$$

Obs.: $e^{\ell n5} = 5$

resposta: **(E)**

61.

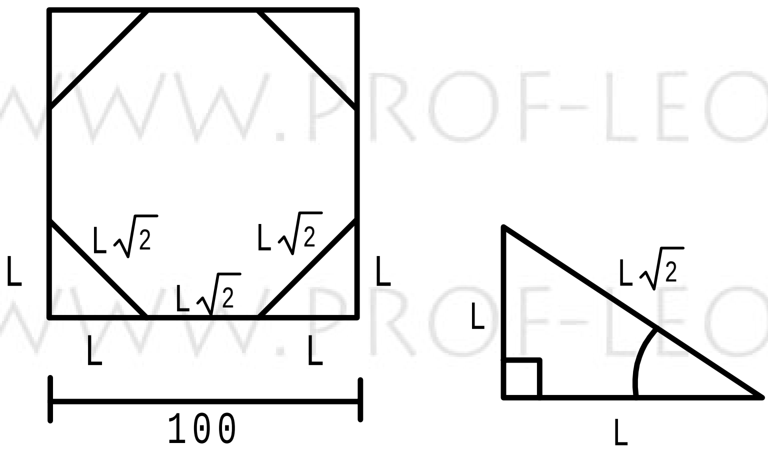


2r = h

$$2\pi r + 2L = 800$$
$$\pi r = 400 - L$$
$$r = \frac{400 - L}{\pi}$$
$$A = L.2r$$
$$f(L) = L.2r = L.2.\left(\frac{400 - L}{\pi}\right) = \frac{800L - 2L^2}{\pi}$$

resposta: **(E)**

62.



$$L\sqrt{2} = (100 - 2L)$$
$$L\sqrt{2} + 2L = 100 \rightarrow L(\sqrt{2} + 2) = 100$$
$$L = \frac{100}{2 + \sqrt{2}} = \frac{100(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{100(2 - \sqrt{2})}{2} = 50(2 - \sqrt{2})$$

resposta:

63. A matriz procurada (8x8) baseia-se na matriz (4x4) do exemplo que tem ordem par. Percebe-se que a soma dos elementos nas diagonais também vale a constante mágica 34 e que a diagonal principal não se altera quando faz-se uma transposição (troca de linhas por colunas), cuja soma vale 34. A diagonal principal forma uma progressão aritmética que se inicia por 16 (n^2) e termina por 1.

Por analogia devemos formar a diagonal principal da matriz pedida através de uma progressão aritmética de início 64 (8^2) e final 1.
Interpolando temos 64, 55, 46, 37, 28, 19, 10, 1
$a_8 = 1$
$a_1 = 64$
$R = ?$
$n = 8$
$a_8 = a_1 + 7R$
$1 = 64 + 7R$
$R = -9$
Somando-se os números da diagonal chegamos a:
$64+55+46+37+28+19+10+1 = 260$
$K = 260$

resposta: **(C)**